［資料］

「数」の「学」問としての数学(5)
―遠隔授業のための書き下ろし資料―

星野　治

Mathematics, the Learning of Number:
5. Documents for Remote Lectures.

Osamu Hoshino

キーワード：遠隔授業、情報科学、数学
Key Words：remote lecture, informational science, mathematics

要約：本稿では、コンピュータ関連の遠隔授業のために新たに書き下ろした履修者閲覧用の長文資料を紹介して、それらの内容について概説するとともに、今後の授業への手掛かりとなる知見についても簡潔に触れる。資料はいずれも、数学という観点から授業目的や授業内容の一端を見つめ直したエッセイに相当するものであり、実際の教室において生身の履修者に話しかけるつもりで、数学そのものよりも数学的思考の重要性をできる限り分かりやすく記述した所存である。

Abstract（English）： In this paper the author shows documents newly written by him for those college students who have remote lectures on basic informational science.　The author introduces the whole contents of all documents and the brief comments on them toward the IT lectures in a near future.　Those documents are written as simply as possible, as if the author himself told them to the real students in the real lecture rooms, on the view point of the importance of *mathematical way of thinking* rather than *mathematics itself*.

1　はじめに

本稿では、『情報処理』（秋草学園短期大学地域保育学科一年生向け必修科目）の遠隔授業にて、Google Classroom に公開した長編の書き下ろし文書資料の中から二本を紹介し、それぞれの文書ごとに筆者のコメントを簡潔に付す。これらの資料にはもともとタイトルが付いていないため、本稿では便宜を図って、各節の冒頭に［　　］付きで各資料のテーマを付記した。具体的には、以下のとおりである。

資料１［授業科目履修者のための記述式問題に係る出題意図］　（後節２－１）
資料２［プログラミングに係る筆者（＝授業担当者）の見解］　（後節２－２）

以下に、これらの資料の執筆経緯を簡潔に記す。

上記科目『情報処理』は演習授業の一つであり、授業開講に当たり履修者一人につき一台のコンピュータ利用が前提となっている。そのため、通常であればいきなりコンピュータの操作に係る説明から授業に入ることは特に珍しいことではなく、例年その形での授業が実施されてきた。しかし、今年度（2020 年度）の授業に関しては、新型コロナウイルス感染防止対策として当面、遠隔授業を併用することが正式に決定され、2020 年６月までの間は大学構内全体の事実上の閉鎖措置が実施された。これは、特に 2020 年４月以降、東京都をはじめとする各自治体で非常事態宣言が発令されるほどに、新型コロナウイルスへの大規模な罹患流行が懸念されたためである。したがって、既述の「初めにコンピュータありき」状態の授業体制は従来年度よりも著しく緩和された状況で（つまり、コンピュータが実質上使用できない状態で）授業が開始されることとなり、本学（秋草学園短期大学）では前期授業のうち最初３回分の授業を学生向けレポート計三本分によって代替した。今回紹介する二本の資料のうち、最初の「資料１」の冒頭に掲げられた計３問の「課題」は、上述の学生向けレポート三本分に当たる（後節２－１を参照）。また、各資料の内容は必ずしもコンピュータ関連分野だけに特化してはおらず、むしろコンピュータ科学の周辺領域にまで話題を広く浅く展開しており、これらを通読した授業の履修者各位の視線が、小学校・中学校・高等学校レベルの算数・数学・情報の授業だけでは習得しきれていないであろう領域にまである程度達し得るように配慮しつつ、執筆を進めた次第である。また、授業の履修者の多くが近い将来、幼稚園、保育所、施設等で活躍する有資格指導者への途を目指していることに鑑み、一見すると無関係に思えるような知見の習得が指導者育成に不可欠である事由についても、併せて述べたつもりである。

なお、ここに紹介する各資料は、原文の主旨を変更しない程度に若干の字句改変を施してある。これは、各資料の公開後に準備都合・時間不足等を原因とする誤字脱字や書き間違いが多々見受けられたことに加えて、このたび各資料が大学紀要の形で広く学外諸氏の目に触れるであろうことを、併せて考慮したためである。

また、本稿全般を通して登場する、特殊な固有名詞等の商標に係る権利一切は、当該固有名詞等の所有者に属することにご配慮をいただきたい（例：Google Classroom、Gmail、Microsoft Office、Word、Excel、PowerPoint、広辞苑、ツイッター、その他）。

2　書き下ろし資料の紹介

この章では、前章１で紹介した二本の資料を、節単位で個別に紹介する。各節の初号では資料の全文を、同・次号では初号の資料に係る現時点での筆者のコメントを、それぞれまとめて記してある。

なお、各資料ともに、実際の教室で生身の履修者諸氏へ向けて直接話しかける気分に浸りつつ、できる限り丁寧に記述したつもりである。そのため、字数にして数千字（400 字詰め原稿用紙に換算して十数枚）という冗長な読み物になってしまった。しかしながら、学術文献のような堅苦しさはできる限り避けているので、筆者としては学生向けの科学エッセイ（数学エッセイというほうが的確かも知れぬ）のつもりで気楽に読んでいただければと考える次第である。

２－１　資料１［授業科目履修者のための記述式問題に係る出題意図］

２－１－１　資料の全文

この授業のシラバスは大学のホームページで公開されていますので、ご覧になれる人はご一読ください。なお、現時点で公開されているシラバスはすべて、対面授業の実施を前提として作成されていますので、今月から始まった遠隔授業の内容とは必ずしも一致しないことがあります。その点、ご了承ください。

今年度前期の第１回～第３回の授業については､「課題」３題分の出題およびそれらに対する回答をもって代替することになっています。今日の授業では上記の「課題」に関する簡単な解説等を行いたいと思いますが、その前に一つ、教員として大変気懸りなことがあります。それは､「課題が皆さんのお手元に無事届いているか」ということです。今回は、郵送ではなく電子メール（Gmail）にて、課題を送付したと伺っております。

今後も繰り返しお願いすることになると思いますが、Gmail（特に、大学から発信される Gmail）は必ず、いつでも読める状態にしておいてください。諸事情により Gmail を使えない環境にある場合は、遠慮なく授業担当教員や学級指導教員へご相談ください。ちなみに私の授業の場合、追・再試験受験該当者への個別連絡は Gmail を用いて行います。

さて、今回の「課題」は、次の３つでした。

課題①：

本学入学前にあなた自身が実際に参加した、情報科学関係の学校授業や講習会、サークル等において、あなたが学習した内容を簡潔に記してください。

固有名詞を記述する場合は、アルファベット等による匿名表記を用いてください（例：秋草学園の場合はＡ学園と記す、等々）。

課題②：

あなた自身が IT 機器（パソコンやスマートフォンなど）を使うようになったきっかけ、また、それによってあなた自身の生活に現れた変化の概要を、差し支えない程度で結構ですので、簡潔に記してください。

固有名詞を記述する場合は、アルファベット等による匿名表記を用いてください（例：秋草学園の場合は A 学園と記す、等々）。

課題③：

幼児教育・保育の分野において、IT 機器の利活用は事務レベルで急速に浸透しつつある半面、幼園児を相手とする現場ではまだ充分に導入されているとは言えません。

幼児教育・保育の現場における IT 機器の利活用について、あなた自身の現時点での見解を、簡潔に記してください。

如何でしたでしょうか。

課題①は、たいていの人が何か書けたと思います。しかしながら、課題②や課題③は、ふだんからいろいろなことに注意を払っていないと、書き辛かったのではないでしょうか。

特に、課題③は、実はこの授業（情報処理）の最終目標に相当するものであり、現時点できちんと書くことのできる人のほうがむしろ少ないではないかと想像致します。

以下、順番に、解説したいと思います。

課題①の出題意図は、『皆さんがどの程度パソコンやスマートフォンのことを学んできているかを教えていただきたい』ということです。

この授業のシラバスには、Microsoft Office 群のビジネス系ソフトウェア（Word、Excel、PowerPoint）について学ぶことが中心に書かれていますが、「その程度のソフトウェアなら中学・高校の時点でさんざん使い倒してきて、もう飽き飽きしている！」と自信をもって言える人は、果たしてどのくらいおられるでしょうか。

私ども教員の高校生時代（というと、今から約 40 年前です）には、一つの高校にパソコンが一台あれば御の字という状況であり、実際に運用できる人は教職員にも生徒にもほとんどいませんでした。しかし今では、教室で一人一台のパソコンが使えて、しかもパソコンの授業が必修化しているという、かつてとは全く異なる時代を迎えています。

この授業（情報処理）は本来、パソコン操作という実技を伴う授業ですので、各人の習熟程度に応じた授業を展開するのが理想です（いわゆるパソコンスクールでは、実際にそのような授業を展開しています）。しかし、本学では時間的制約その他の理由により、クラス単位での授業を遂行することになっています。そうなりますと、登山と同じく、体力（この授業の場合は体力でなく操作能力ですが）が最も弱い人に合わせて進むことが大前提となります。

したがって、この授業のシラバスにも書きましたように、この種の装置の扱いが苦手ならば「覚えるよりも慣れること」の大切さを、逆にパソコンもスマホも得意中の得意とい

うのであれば「より賢いパソコン活用の仕方」を、それぞれ理解していただきたいと思います。

課題②の出題意図は、先の課題①の出題意図と類似していますが、『ご自分の日常生活の中における IT 機器の便利さ・不便さを、現時点でどの程度意識しておられるのか、教えていただきたい』ということです。

確かに、パソコンやスマホを使いこなすことによって、私たちの生活能力には大きな変化が生じました。ほとんどの場合、その変化についての言及は、どちらかといえば肯定的な側面が目立っていることが多いと思います。しかし、私としては、肯定的な側面だけでなく、否定的な側面（というよりは危険な側面というほうが適切でしょうか）にも忘れず目を向けてほしいと考えます。

たとえば、皆さんは岩波書店の発行する『広辞苑』をご覧になったことがあるでしょう。『広辞苑』は、国語辞典の代表格です。一冊一冊が非常に大型の書籍で、うっかり手を滑らせて足の上へ落としてしまうと大変なことになりかねないほどの重量をもっています。しかしながら、文字情報という観点で見ますと、『広辞苑』一冊分に含まれる情報は、フロッピーディスク（って見たことがありますか？）一枚以内に収まってしまうと言われています。フロッピーディスクは最近滅多に見かけなくなってしまいましたが、いわゆる USB メモリならば家電量販店などで普通に見かけるでしょう。あの USB メモリ一個のなかに、フロッピーディスク数千枚分のデータが、余裕で入ってしまいます。このように今日では、大容量の情報（データ）を小さな装置の中へ保存して持ち歩くことが、まったく当たり前のようになっています。

反面、持ち歩ける情報が膨大な量になった場合、それらの情報をきちんと整理できるか、また、その整理された中から必要な情報を随時、迅速に取り出せるかは、日常生活の特にビジネスの場で、非常に大切なスキルになります。ビジネスは一種の競争であり、少しでも速くライバルの先を行く形で、お客様にサービスを提供する必要があります。したがって、情報の管理能力がない人の場合、いざ必要な状況に対面したときに素早く相手の求める情報（広い意味でのサービス）を提示できず、ライバルに負けてしまうということが起こっても不思議ではありません。

また、最近の記録装置は非常に精密です。記録部品（いわゆる IC チップ）の一部に何か支障をきたしただけで、その部品の付いた装置全体が正常に動かなくなるということは、普通に起こります。よく聞く話は、稼働中の外付けハードディスクドライブに衝撃を与えたことによって、そのドライブに保存されていた何万、何億もの個数の情報（ファイル）が読み取り不可になってしまうというものです（私自身にも、私用のハードディスクドライブを机の上から床へ落としてしまい、過去 10 年間以上にわたって収集していた膨大なデータ全部を永久に喪失したという、苦い経験があります）。したがって、一度に扱えるデータが大量であればあるほど、より高度なデータ管理能力が自然と要求されることになります。

以上はデータの大きさ（容量）に関することだけですが、他にも深刻な状況はたくさんあります。データの大きさだけでなく、データの種類によっても、そのデータに関係のあ

るすべての人や物への影響（特に悪影響）を見逃すことはできません。その典型的な例は、最近ニュースなどでしきりと話題に出るようになった、「個人情報」の取り扱いです。昔のことわざ「人のうわさも七十五日」とは全く逆に、一度ネット上へ流れ出した情報やデータは、地球全体が一度に死滅しない限り、半永久的にネット上を流れ続けます。パソコンやスマホからの画像データ流出については、もしかすると経験された人が皆さんの中にいないとも限りません。さらに、日本語で書かれているからといって、油断するのも禁物です。日本語を話すことはできなくても、読む言語として日本語を操る能力を有する外国人は大勢います。「海外のハッカーによってホームページを無断で書き換えられた」（星野注：正確にはハッカーではなく「クラッカー」と呼ぶべきです）等々の話題をテレビや新聞、雑誌などで知った際、自分自身とは無関係と思って油断している人は、案外多いのではないでしょうか。

課題③の出題意図は、実は課題というよりもむしろ、『この授業（情報処理）の目的を常に意識してほしい』という教員側の希望表明です。シラバスにも書きましたが、「幼児教育・保育の現場での情報メディア活用法」は、今後の幼児教育・保育の現場で大きな問題（良い意味でも、悪い意味でも）になると思います。ここに、幼児教育・保育と申しましたが、私たちの相手になるこどもたちは必ずしも、幼稚園や保育園に通っているとは限りません。すべてのこどもたちを守り育てること、そのことが、私たちに課せられた大事な使命といってもよいでしょう。その使命を十二分に果たすための手段の一つとして、IT 機器は今後、大きな力になるだろうと私自身は考えます。ただし、課題②に関する解説の際に述べましたとおり、この種の武器はいわゆる諸刃の剣です。使いかたを誤ると大変な事態を招きますので、それなりの注意を払う必要があります。

もしかすると、《授業が始まるまえから、授業の結論を書かせて、いったいどういうつもりだ》と憤る人が、いらっしゃるかも知れません。しかし、たとえば皆さんの将来の就職先での面接試験の場で、課題③と同主旨のことをいきなり尋ねられた時、ご自分のその時点での意見を、ご自分の言葉で即座にきちんと話すことができますか。この種の漠然とした話題や目標に関しては、常日頃から注意を払っていることが大切です。

また、この授業（情報処理）は、地域保育学科では必修科目になっています。幼稚園や保育園の先生になるのになぜ、パソコンの授業などを受講する必要があるのかと、いぶかしく思われるかたが皆さんの中におられるかもしれません。もしそうであれば、私が今回この資料で述べたことを、今一度振り返ってみてください。先生になるということは、何かを相手に伝える仕事をすることです。「こういうことを相手に伝えたい」という心構えが足りない人が教員免許を取得しても、そのままでは本当の意味での先生にはなれないと思います。

以上、はなはだ簡単ですが、課題①～③の出題意図や、それらにまつわるいろいろな話題について申し上げました。

課題の出題時には「100～300 字程度書きなさい」的な指示を出しましたが、もう回答を完成し提出を終えている人はとにかく、そうでない人はもっと少ない字数でも、あるいは

箇条書きでもかまいませんので、とにかく何か書き下ろしてみてください。人は、文字を読み書くことによって、いろいろな知見を頭の中に取り入れていきます。単に聞き流すだけ、単に眺めるだけでは、知識はなかなか身に付きません。

たくさん書くのが苦手という人は、ツイッターの要領でつぶやいてみるのもよいでしょう。日本版ツイッターの場合は一度に 140 字までつぶやけることになっているそうですので（参考までに、私自身は考えるところがあって、ツイッターは利用していません）、一秒間に 2 文字ずつしゃべるとすると約 1 分間強の小スピーチになります。その小スピーチの原稿を要旨として、自分自身の考えを丁寧に説明するつもりで文章を適当に膨らませれば、すぐに 300 字前後の長文になってしまいます。

いったん書き下ろしたら、声を出してご自分の文章を音読してみましょう。当たり前ですが、自分自身が理解できない文章では、他者の理解を得ることなどできません。自分自身が充分に納得できる内容および書きかたになっているかどうか、常に振り返るだけの余裕をもって、今後の大学での勉強を続けていただければと思います。

最後に、しつこくて申し訳ありませんが、大学から送信される Gmail を常時必ず読める状態にしておいてください。毎年、スマホの機種変更をしたら Gmail が届かなくなったという人が、非常に大勢います。中には開き直ってしまって「Gmail なんて届かないから、あんなの読まなくていい」等々と凝り固まってしまう人もいるほどですが、それでは困ります。Gmail は、本学における公式の SNS ツールです。Gmail が届かないことは、大学からの大事な連絡が皆さんのお手元へ届かないことと、同じになります。検索ホームページ Google のフロントページ（検索ワードを入力する欄が出ているホームページ）を表示できる IT 機器であれば、メール送受信用に特化されたアプリを使わなくても「ウェブメール」形式で Gmail を読むことは可能です。今現在この文章を読めている人であれば、Gmail を読むことはそれほど難しくないと思います。

また、この授業（情報処理）のクラスルームの「ストリーム」には、この授業に関する質問や確認を投稿していただいてかまいません。ただし、すでに私がストリームへ記しましたように、授業とは無関係な内容の投稿は、遠慮いただきたく存じます。あと、投稿内容は原則として、後から削除せずに済む内容のものをお願いします（そのためには、投稿前に充分な推敲を行う必要があります）。せっかく書き込んでいただいても、削除されると後から読み返すことができなくなってしまい、同じ内容の質疑応答が何度も繰り返されるということになりかねません。一人の抱える疑問・不安は得てして、その人の所属するクラス全員に共通する疑問・不安でもあります。独りで閉じこもらず、できる限り話題を共有するようにしましょう。

今回は、通常の対面授業でお話しする内容を、そのまま文章化してみました。字数にして約 6,000 字（400 字詰め原稿用紙に換算して 15 枚前後）あります。一度にあまりたくさん読んでいただいてもすぐには頭に入っていかないだろうと思いますので、ひとまずここで止めます。

本日の課題は、以上の文章に対する皆さんご自身の現時点での感想・コメントを、回答欄に 140 字前後記入して、この授業の終了時刻までに送信していただくことです。当分の間、課題の送信をもって、皆さんの出席確認に替えることとします。

次回もどうぞよろしくお願い申し上げます。〓

２－１－２　コメント

前章１で述べたように、『情報処理』はコンピュータ利活用を前提とする演習授業であり、本来ならば能力別の授業開講体制が望ましいところではあるが、授業日数のその他の事情により実際には能力別クラスによる開講はなかなか難しい。そのような場合、資料の本文中にも述べたとおり、初心者レベルに合わせた授業進行を原則とする「護送船団」方式の授業展開にならざるを得ない。したがって、授業の履修者各位が現在までの間、コンピュータをはじめとする情報機器全般に関して、どの程度の知見を習得してきたかを確認することは、重要な準備作業であるといえる。

各問に対する履修者各位の回答は本稿では伏せるが、特にパソコンの操作に関しては習熟度が千差万別であり、全員一律な授業展開は授業担当教員だけでなく履修者の大半にとっても、少なからぬ負担であることが充分に感じられた次第である。

２－２　資料２［プログラミングに係る筆者（＝授業担当者）の見解］

２－２－１　資料の全文

今回は、「プログラミング」について、簡単にお話ししたく存じます。

ここしばらく、コンピュータの授業とは名ばかりで、数学の話題ばかりを取り上げている感が非常に強く、数学の苦手な各位には少なからず申し訳なく思います。しかし、計算機は数学とともに発達したという歴史的な経緯があり、どちらも決して無縁ではありません。ここではその例として、三角形の面積の計算を取り上げます。「何だ、結局は数学の話じゃないか」と怒り出す人がいるかも知れませんが、少し我慢してお付き合いを願います。

面積の計算は、数学の「積分」と深い関係にあります。「微分・積分」とか「微積分」とかいうように、「積分」は「微分」と対にして扱われることの多い分野であり、高校数学Ⅲでは最初に微分を学び、その逆演算として積分を学びます。しかし、歴史上の知見として現れるのは、実際には微分よりもむしろ積分のほうが先です。積分という計算は、紀元前の昔から盛んに行われてきました。これは、たとえば領主が民衆から租税を徴収する際、民衆のもつ土地の広さに応じて租税の額を決めるために、土地の面積を計算する必要があったのです。現在の高校数学Ⅲで普通に教えられている「積分は微分の逆演算」という発想は、後世になってから生まれた概念です。この辺りの事情を分かりやすく記している参考書として、武藤（1980）を紹介しておきます。遺憾ながら、この本は現在絶版です。今

回の新型コロナウイルス騒動がある程度沈静化して、図書館の運営が再開されてから、図書館で探して読んでみてください。

さて、高校までの数学で習ったように、ここでは「xy 座標」といえば「直交する２本の定直線を基準として定義された実数平面座標」を意味することにします。

図１に示すように、三つの点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ が与えられたとき、三角形 ABC の面積 S はいくらになるでしょうか。

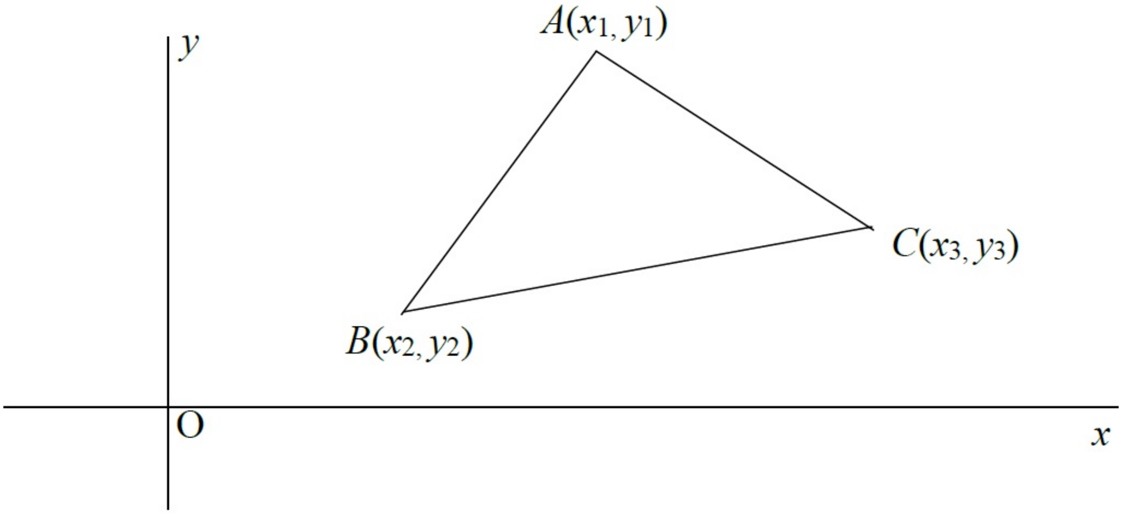

図１　三角形の面積の計算（その１）

面白いことに、この種の問題は案外、小難しい知見（例：三点 A, B, C が三角形の頂点を構成するための条件、等々）をたくさん知り過ぎている私たちよりもむしろ、図形の面積についての知識を学んだばかり小学生や中学生のほうが、すいすいと解ける場合が多いようです。たとえば、次のように考えてみては如何でしょうか。

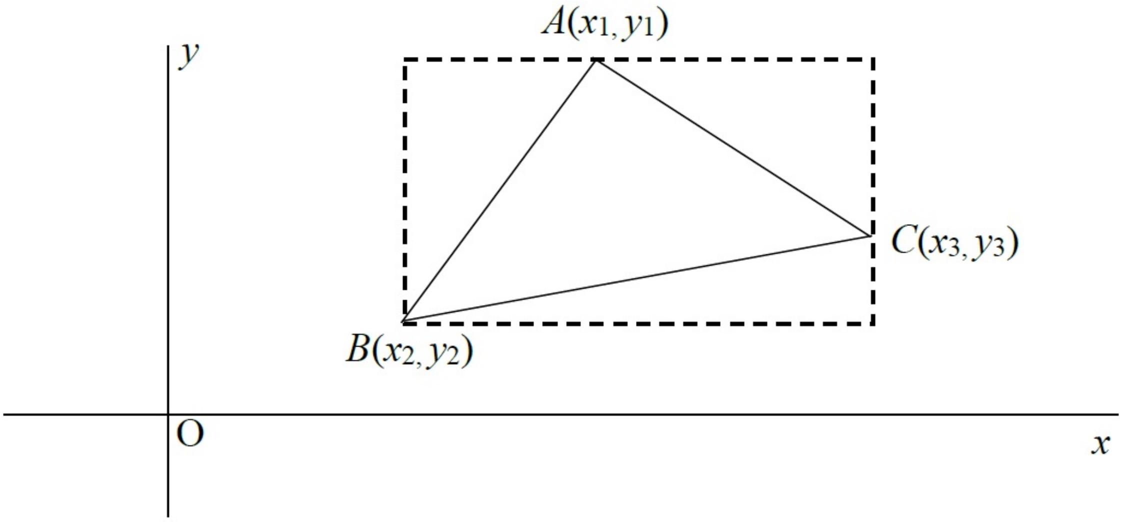

図２　三角形の面積の計算（その２）

図 2 において、三角形 ABC に外接する長方形（図中の破線の図形）を考えます。この長方形の各辺は x 軸および y 軸に並行であり、三角形のすべての頂点は必ずこの長方形の辺上に存在するとします。このような性質をもつ長方形は、任意の鋭角三角形に対して必ず存在します（三角形全般の場合については、後ほど言及します）。この長方形の面積 S_0 は

$$S_0=\left(x_3-x_2\right)\times\left(y_1-y_2\right)$$

として計算できますが、図 2 をよく見ますと、三角形の各頂点の座標には

$$x_2\le x_1\le x_3 \quad \text{および} \quad y_2\le y_3\le y_1$$

という関係がありますので、もっと一般的に

$$S_0=\left\{\max\left(x_1,x_2,x_3\right)-\min\left(x_1,x_2,x_3\right)\right\}\times\left\{\max\left(y_1,y_2,y_3\right)-\min\left(y_1,y_2,y_3\right)\right\}$$

と表すことができます。ここに、$\max(\cdots)$ および $\min(\cdots)$ はそれぞれ、引数の最大値および最小値を与える関数です。

一方、長方形の各頂点を直角として辺 AB、辺 BC および辺 CA をそれぞれ斜辺とする、直角三角形の面積を各々 S_{AB}、S_{BC} および S_{CA} としますと、図 4 から

$$S_{AB}=\frac{\left(x_1-x_2\right)\times\left(y_1-y_2\right)}{2},\quad S_{BC}=\frac{\left(x_3-x_2\right)\times\left(y_3-y_2\right)}{2},\quad S_{AB}=\frac{\left(x_1-x_3\right)\times\left(y_1-y_3\right)}{2}$$

のようになります。また、先述の長方形の条件から、求める面積 S が

$$S=S_0-\left(S_{AB}+S_{BC}+S_{CA}\right)$$

として与えられることは明らかです。

以上の知見を一括して書き下ろすと、次に示すような式になります。

$$S_0=\left\{\max\left(x_1,x_2,x_3\right)-\min\left(x_1,x_2,x_3\right)\right\}\times\left\{\max\left(y_1,y_2,y_3\right)-\min\left(y_1,y_2,y_3\right)\right\}$$
$$-\frac{1}{2}\times\left\{\left(x_1-x_2\right)\times\left(y_1-y_2\right)+\left(x_2-x_3\right)\times\left(y_2-y_3\right)+\left(x_3-x_1\right)\times\left(y_3-y_1\right)\right\}$$

この式は、二つの数の組み合わせ $\left(x_i,y_i\right)$ に関する「対称式」になっています。たとえば $\left(x_1,y_1\right)$ と $\left(x_2,y_2\right)$ とを互いに入れ替えても、この式は成立します。言い換えれば、x_i および y_i が三角形の頂点を構成するための必要充分条件（三つの座標点が同一直線上に存在しないこと）を満たす限り、頂点の各座標間の大小関係を気にすることなく、上記の式を使って三角形の面積を計算できます。不安な人は、いろいろなケースで計算を試してみてください。

上記の式をよく眺めますと、少し厄介なのは x_i および y_i の最大値、最小値をどのように計算するかくらいで、後はほぼ数式どおりの計算になります。計算作業の手順を具体的に記すと、たとえば次のようになります。

① 三角形の座標 $\left(x_i,y_i\right)$ を設定します（$i=1,2,3$）。
② x_i の最大値を $X_{\max}$ とします（$i=1,2,3$）。
③ x_i の最小値を $X_{\min}$ とします（$i=1,2,3$）。
④ y_i の最大値を $Y_{\max}$ とします（$i=1,2,3$）。
⑤ y_i の最小値を $Y_{\min}$ とします（$i=1,2,3$）。
⑥ $S_{XY}=\left(X_{\max}-X_{\min}\right)\times\left(Y_{\max}-Y_{\min}\right)$ を計算します。

⑦　$S_{12} = (x_1 - x_2) \times (y_1 - y_2)$ を計算します。
⑧　$S_{23} = (x_2 - x_3) \times (y_2 - y_3)$ を計算します。
⑨　$S_{31} = (x_3 - x_1) \times (y_3 - y_1)$ を計算します。
⑩　$S_{123} = S_{12} + S_{23} + S_{31}$ を計算します。
⑪　$T_{123} = \dfrac{S_{123}}{2}$ を計算します。
⑫　$S = S_{XY} - T_{123}$ を計算します。
⑬　上記⑫で求めた S が、求める三角形の面積です。

上記の①〜⑬の計算作業を、コンピュータに行わせるための手順として組み立てることが、「プログラミング」といわれる作業です。計算手順の一つ一つを「ソースコード」といい、その記述にはコンピュータとその利用者との双方を仲立ちする特殊な言語（プログラミング言語）を用います。②〜⑤の作業は、プログラミング言語の「組み込み関数」を利用することによって、簡単に記述できます。実際の計算は、ソースコードをコンピュータが直接理解できる状態に変換してから（この作業を「コンパイリング」といいます）行います。

ここで、図２に戻ります。実は、図２の破線に示すような長方形をうまく見つけることができるのは、三角形の三つの辺の勾配の符号が同じでない場合です。たとえば図３に示すように、三辺の勾配がいずれも同じ符号となるような三角形の場合、図２の要領で長方形を決めることはできません。三つの頂点のいずれかが、長方形の辺の上へ乗らなくなってしまうためです。したがって、このままでは先ほど紹介した計算手順①〜⑬を適用できません。

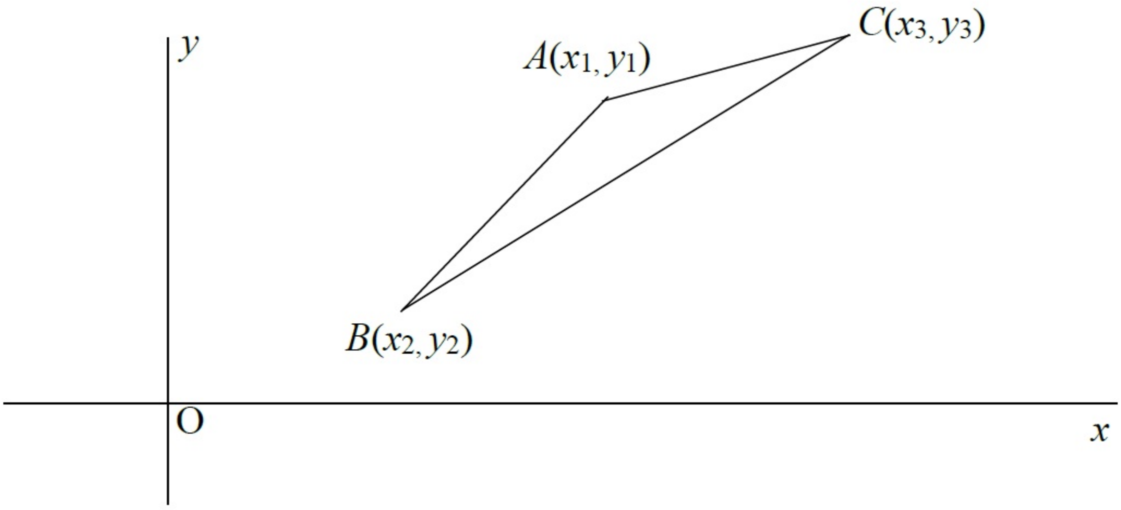

図３　三角形の面積の計算（その３）

上述の問題については、いろいろな逃げ道があると思います。たとえば、三角形の面積は「任意の頂点から対辺（の延長線上）に降ろした垂線の長さ」と「その対辺の長さ」と

だけで決まります。そこで、与えられた三角形の三つの頂点のうちの一つを、その対辺と並行に移動させるという案があります（図４）。

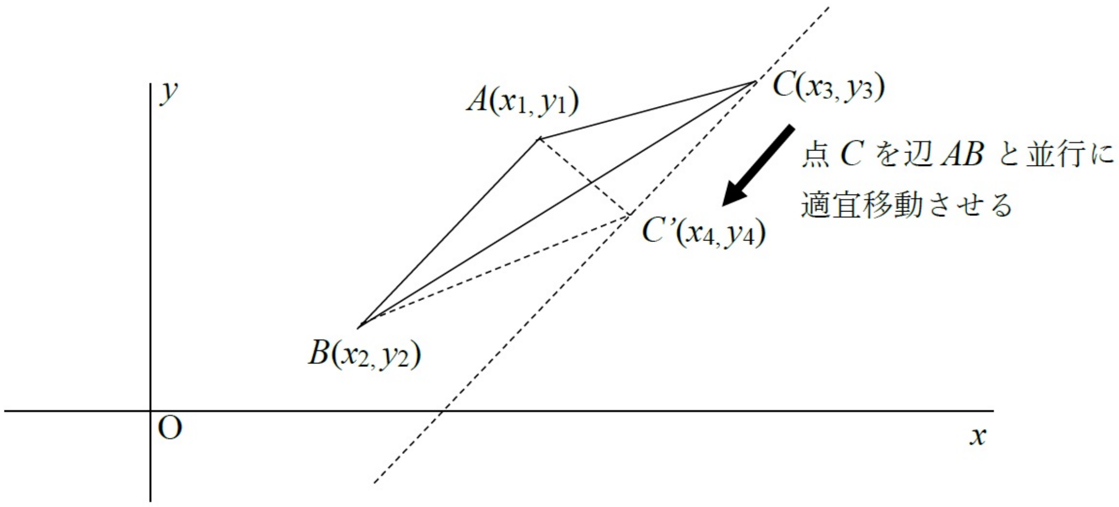

図４　三角形の面積の計算（その４）

図４では三角形が鋭角三角形になるまで頂点を移動させていますが、実用的には三辺の勾配の符号が等しくない状態となれば良いのです。図１でいえば、辺 CA と x 軸とが並行になるまで頂点 C を移動させれば充分です。この場合、辺 CA は長方形の辺と重なりますけれども、先に示した面積 S_{CA} の値が 0 になるだけで、①～⑬の手順はそのまま適用可能になります。原点移動の手続きは、もちろんコンピュータの利用者の手元で予め済ませておくこともできますが、普通は手順①と手順②との間に頂点移動のための手順を追加しておき、コンピュータにすべての計算を実行させる方法が採られます。

もしくは、三辺のいずれか一つが座標軸（x 軸または y 軸）と並行になるまで、三角形を回転移動させるという案もあります。こちらの方法では、三角形の形状が一定に保たれる替わりに、「回転変換」という手続きを別途行わなければなりません。ここでは詳述しませんが、回転変換を行うには「行列の一次変換」および「三角関数」の知識が必要になります。しかも、三つの頂点全部を同時に移動させなければなりませんので、それなりに計算の手間が増えます。こちらの案の場合も、先の頂点移動の場合と同じく、手順①と手順②との間に回転変換の手順を追加するのが普通です。

ところで、中学校の数学で「三平方の定理」や「平方根」を学んだ際、皆さんの中にはもしかすると、「ヘロンの公式」という名称で知られる、三角形の面積の計算方法を教わった人がおられるかもしれません（ヘロンは古代ギリシャの数学者）。三角形の三つの辺の長さをそれぞれ a, b, c とするとき、三角形の面積 S は次の式で求めることができます。

$$S=\sqrt{s\times(s-a)\times(s-b)\times(s-c)} \quad \text{ただし} \quad s=\frac{a+b+c}{2}$$

この式の成立を証明する方法はいろいろありますが、ここでは省略します（たとえば、高校数学Ⅲで「三角関数」を学んでいれば、「第二余弦定理」に基づく証明が可能です）。

ヘロンの公式を用いて三角形の面積を計算するに当たり、三角形の形状について特に制限はありません。三角形 ABC の辺の長さをそれぞれ $\overline{BC}=a,\ \ \overline{CA}=b,\ \ \overline{AB}=c$ とすると、三平方の定理から、三つの頂点の座標を用いて

$$a=\sqrt{\left(x_2-x_3\right)^2+\left(y_2-y_3\right)^2},\quad b=\sqrt{\left(x_3-x_1\right)^2+\left(y_3-y_1\right)^2},\quad c=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2}$$

という式が得られます。先ほどのプログラミングと同じように、ヘロンの公式を使う場合の計算手順を整理しますと、たとえば次のようになります。

（1）　三角形の座標 $\left(x_i, y_i\right)$ を設定します（$i=1,2,3$）。
（2）　二つの座標 $\left(x_2, y_2\right)$ および $\left(x_3, y_3\right)$ から、$a=\sqrt{\left(x_2-x_3\right)^2+\left(y_2-y_3\right)^2}$ を計算します。
（3）　二つの座標 $\left(x_3, y_3\right)$ および $\left(x_1, y_1\right)$ から、$b=\sqrt{\left(x_3-x_1\right)^2+\left(y_3-y_1\right)^2}$ を計算します。
（4）　二つの座標 $\left(x_1, y_1\right)$ および $\left(x_2, y_2\right)$ から、$c=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2}$ を計算します。
（5）　$d=a+b+c$ を計算します。
（6）　$s=\dfrac{d}{2}$ を計算します。
（7）　$p=s-a$ を計算します。
（8）　$q=s-b$ を計算します。
（9）　$r=s-c$ を計算します。
（10）　$t=p\times q\times r\times s$ を計算します。
（11）　$S=\sqrt{t}$ を計算します。
（12）　上記(11)で求めた S が、求める三角形の面積です。

前回の黄金数の計算の場合と同様に、三角形の面積の求めかたにもいろいろな方法があることがわかります。

三角形の頂点の座標が最初からすべて整数値で与えられている場合には、数値計算の「打ち切り誤差」という観点からみて、最初に紹介したプログラミングのほうが有利と思われます。しかし、すでに申し上げましたように、三角形の形状によっては適用不可な場合が存在しますので、その対策を事前にきちんと立てなければなりません。

一方、三角形の形状に制限がなく、かつ頂点あるいは図形全体の移動変換がどちらも不要であるという観点からみれば、ヘロンの公式を活用するプログラミングのほうが楽でしょう。しかし、ヘロンの公式では平方根の計算を行うことが必要になりますので、整数値で座標値を与えていても、その計算途中に無理数が介入することは原則として避けられません。理論的には無理数が打ち消されて有理数だけが残る場合であっても、数値計算では必ず有限桁数で計算を打ち切ってから先へ進みますので、打ち切り誤差の累積が計算結果に影響を及ぼす懸念は最後まで残ってしまいます。

要は、どの計算方法も、決して完全無欠ではないということです。コンピュータの利用者は、実際の計算条件に応じて、最適と思われる方法をそのつど選択するしかないのです。

プログラミングって何だか複雑だなと思う人は、たとえば自炊でカレーライスを作ることを想像してください。カレーライスを作るために必要なものは、材料とレシピです。三角形の面積の計算との比較でいえば、材料は三角形の座標の設定に、レシピは計算手順に、それぞれ相当します。カレーライスの材料にもレシピにも、無数の組み合わせやテクニックがあります。本格的なカレーソースを作ろうとすれば数々の香辛料の組み合わせから出発する必要がありますが、そこまでいかなくても、既存の市販ルー（あるいは業務用レトルトソース）で間に合わせる人も多いでしょう。今回紹介したプログラミング例の場合、「三つの数の中の最大値および最小値の抽出」あるいは「三平方の定理を使った正の平方根の計算」という、処理作業がやや複雑な個所については、プログラミング言語の「組み込み関数」を利用した簡便な記述が可能です。ここが、カレー作りでいう市販ルー（あるいは業務用レトルトスース）の利用に相当すると思います。

少々余談ですが、市販ルーを使う料理は、おおむね調理方法が類似していますので、自炊の苦手な人にもお奨めです。具材を油でよく炒めた後、所定量の水を加えて煮込み、いったん火を落としてからルーを加えてよく溶かし、とろみが付くまで再度煮込みます。あまり調理に詳しくない者からすると、ルーを加える際になぜ加熱をいったん止める必要があるのか、よく理解できません。確実にいえることは二つあり、一つは上記のようにルーを加える際には必ず加熱を止めること、そしてもう一つは、ルーとしてどのような種類のものを加えるのかに応じて、カレーでもシチューでも何でもできてしまうことです（広い意味で。この辺りの知識についてはむしろ、皆さんのほうが詳しいでしょう）。原理原則は難しいかも知れませんが、その結果を利用することは比較的簡単です。カレー作りにしても、三角形の面積の計算にしても、私たちの多くにとって必要なことは、「原理原則の概要を理解していること」および「現時点での自分自身の能力に合う手段を選択すること」の二つです。

閑話休題。もうご存じと思いますが、今年度の小学校高学年より、プログラミングに関する授業の履行が義務化されています。プログラミングとはいっても、いきなりFORTRAN（科学技術計算向けのプログラミング言語ですが、最近ではあまり使われなくなっています）やC（現行のパソコン用ソフトウェアの圧倒的多数は、このプログラミング言語によってソースコードが記述されています）を使ってソースコードを作成するのではなく（実際にそういう作業が得意な小学生も実在するようですが）、既存のモジュールの組み合わせによって新たな機能を作り出すことの面白さを学ぶというものです。かつて一世を風靡した、「電子ブロック」（ってご存じですか？）を取り扱うようなものです。パソコンが学校に一台あれば御の字という状況が当たり前であった世代からみると、隔世の感があります。

そのような新しい教育を受けて育つ世代と私たちとが近い将来、対等に交流できるようになるためにも、今回申し上げたような知識は、持っていて得することはあっても損することはありません。私たちの多くはいわゆるコンピュータの専門家ではありませんが、プログラミングに関する基礎概念を理解しているだけでも、何も知らないよりは遥かにましです。プログラミングだけでは制御判断しきれないもの、たとえば人間の心の動きなどの重要さを探るうえで、コンピュータに関する学習は大きな意義があると信じる次第です。

上記のことと併せて、この遠隔授業の初回でご覧いただいた解説文（筆者注：本稿の「資料１」を指す）を、今一度読み返してみてください。以前にも申し上げたとおり、教諭免許の取得にはコンピュータ関連授業の履修が義務付けられています。それは単に、コンピュータを業務用の道具として、使いこなせる能力を問われているだけではありません。コンピュータは、その利用者が指示したとおりにしか、動くことができない存在です。SF 分野の文芸作品ではしばしば、コンピュータ対人間の権力闘争や、AI（人工知能）の暴走などが描かれています。しかし、現実には、そのような事態を引き起こしている悪役はコンピュータではなく、そのコンピュータを裏で操作している人間です。今後とも、《コンピュータは自身の創造者（つまり人間）以上の存在にはなり得ない》と私は考えます。もし《それ》が事実でないとすれば、無から有が生じることになってしまいます。無から有が生じないことは、少なくとも現代物理学の分野では、すでに確立した概念となっています。

繰り返しになりますが、コンピュータはあくまでも、人間に使役される存在です。自分自身が【責任をもってコンピュータを取り扱える人物】を育成できる指導者になると同時に、自分自身もまたそのような【人物】に成長すること。それが、教師を志す皆さんに対して、コンピュータ授業の履修義務が課せられる所以であると思うのです。〓

２－２－２　コメント

本資料は、履修者諸氏に最後まで通読して感想・コメントを記述していただくという主旨の課題のために、「情報科学で最も重要なことは、数学そのものよりもむしろ、数学的な考えかたである」ことを前提として、書き下ろしたものである。

本資料の冒頭で武藤（1980）を紹介しているが、ここではむしろ、「微分よりも先に積分が誕生した」旨をより深く敷衍した、同じ著者による武藤（2012）を紹介するほうが適切だったかも知れない。ただし、筆者が高等学校在校時代（本稿執筆時より約 40 年前）に武藤（1980）を読んで深い感銘を受けたことは間違いなく、この種の感銘がその後の筆者自身の進路に大きな影響を与えたこともまた事実である。大学の教員としては、この種の感銘を、教員養成課程に在籍する学生諸氏に対しても、頭脳が柔軟かつ成長しつつあるこの時期に、できる限り多く経験してもらいたいと願う。

本資料では三角形の面積の計算方法について二種類の方法を述べたが、資料公開後に相当の期間を経てから、「ベクトルの外積」を利用した計算法を解説してもよかったであろうと考えた。具体的には、次のとおりである。z 軸という座標軸を追加して xyz 直交座標を考え、三角形 ABC は xy 平面上にあるとしてその三頂点の座標を

$$A(x_1, y_1, 0),\quad B(x_2, y_2, 0),\quad C(x_3, y_3, 0)$$

とする。このとき、「二つのベクトル $\overrightarrow{AB}$ および $\overrightarrow{AC}$ の外積として得られるベクトル $\vec{\Sigma}$ の大きさは、三角形 ABC の面積 S の２倍になる」ことに着目する。つまり

$$S = \frac{\overline{AB} \cdot \overline{AC} \cdot \sin\theta}{2} = \frac{\left|\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC}\right|}{2} = \frac{\left|\vec{\Sigma}\right|}{2}$$

として、三角形の面積を計算しようというわけである（θ は $\overrightarrow{AB}$ および $\overrightarrow{AC}$ の成す角度）。ここに、列ベクトル表記で具体的に各ベクトルを成分表示すると

$$\overrightarrow{AB}=\begin{bmatrix}x_2-x_1\\y_2-y_1\\0\end{bmatrix},\quad \overrightarrow{AC}=\begin{bmatrix}x_3-x_1\\y_3-y_1\\0\end{bmatrix},$$

$$\vec{\Sigma}=\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC}=\begin{bmatrix}0\\0\\(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\end{bmatrix}$$

であるから、求める面積は

$$S=\frac{\left|\vec{\Sigma}\right|}{2}=\frac{1}{2}\cdot\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$$

となる。最後の式をもう少し整理すると、

$$S=\frac{1}{2}\cdot\left|x_1(y_2-y_3)+x_2(y_3-y_1)+x_3(y_1-y_2)\right|$$

が得られる。これは、(x_i,y_i)に関する対称式である。しかも面白いことにこの式は、本資料の中で示した面積の式よりも、はるかに単純明快な形の式である。つまり、二次元平面上での問題を、より高次元（ここでは三次元空間）のイメージで問題を考察し直すことによって、従前よりも見通しのよい解が得られたことになる。これは、コンピュータプログラミングでいうところの「最適化」の一例ともいえる。

文章中に「前回の黄金数の計算」とあるのは、このたびの授業に先立って実施された『電卓を使った黄金数の計算演習』を示す。左記『演習』の概要を述べると、正則連分数や二次方程式（ニュートン・ラフソン法の利用）、複平方根、そしてフィボナッチ数列を使った各々の計算結果がいずれも黄金数 $\phi=\frac{1+\sqrt{5}}{2}=1.6180339887\cdots$ へ収束することを確認させ、ニュートン・ラフソン法の場合を除く計算原理がすべて二次方程式 $\phi^2-\phi-1=0$（ただし$\phi>0$）を適宜変形することにより導かれる旨を解説した次第である（当『演習』の詳細な紹介は、本稿では省略する）。

議論の途中で唐突にカレーライス作りの話が飛び込んできた所以は、筆者が実際に自宅にてカレーライスを自炊しながら本資料の原案を執筆したためでもあるが、それ以上に、難しく複雑に思えることをできる限り単純に身近な例を通して理解しては如何という、筆者自身の日頃の思いの強い反映でもある。例として、回転対称形のコップに入れた水を勢いよく撹拌すると、水面が放物面を呈することはよく知られている。しかし、その理由を説明するためには、流体力学などの知見が必要である。あるいは、まっすぐな壁へ距離を離してほぼ同じ高さに打ち込んだ二本の釘と釘との間へ、長めの細い一様な鎖を垂らすと、鎖はしばらく揺れた後、下に凸の左右対称な形状に落ち着く。このときの鎖の形状は「懸垂線」と呼ばれており、電柱と電柱との間の電線の張られ具合など、我々の日常生活環境の中でごく普通に観察されるものである。しかし、この懸垂線の数学的・物理学的な性質を究めようとすれば、やはり解析力学や微分方程式論などの知見が必要となる。若干の仮定が必要にはなるが、懸垂線は数学分野で「双曲線余弦関数」と呼ばれる特殊な指数関数 $y=\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$ を使って表現できることが知られている。筆者は小学生高学年の頃、

当時のクラス担任の教諭から「垂れている電線の描くカーブは双曲線である」と教えられたことを、今でも記憶している。実際、双曲線余弦関数や双曲線 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=-1$ の「下に凸な極値」の付近はいずれも、放物線 $x^2=4py$ で充分に近似できる。以上のように、台所などの身近な現場での日常現象の中から、より難解にして重要な自然現象のアナロジーを見出すことを通して、科学全般にもっと興味関心をもってもらおうとする研究活動は、たとえば「キッチン地球科学」などの呼称を付けられて、地球科学等の諸分野における重要なアウトリーチ活動の一つとなっている。

本資料の末尾の「無から有が生じないことは、少なくとも現代物理学では、すでに確立した概念となって」いる云々の記述は、文章全体の流れから少し浮き上がった感がある。これは、理論物理学者アインシュタインが提唱した「質量 m とエネルギーE との相互関係式」$E=mc^2$ のことを書こうとして（c は光の速さ）、結局書くことを思いとどまったことの名残である。つまり、《ある閉じられた系において、系内物質の質量増減 $\pm m$ が生じてもエネルギー保存が成立する（系全体のエネルギー総量が常に一定である）ための必要充分条件を求めると、その系内でのエネルギー減増 $\mp mc^2$ が質量増減と同時に生じること（複合同順）という結論が得られる。これより、エネルギーのないところに物質が生じること、すなわち、無から有が生じることは、エネルギー保存の観点からみて、あってはならないことがわかる》という主旨の説明を書こうとしたのである。しかし、ただでさえ『情報処理』の授業目的から乖離しがちな話題であることに加えて、現代理論物理学分野の専門家とは必ずしもいえない授業担当教員（つまり筆者）が生兵法を振り回してよいかどうか。これらの二点に鑑み、今後の議論へ向けた発展の突破口（蛇足かも知れないが）を何気なく残して、本資料の筆をおいた次第である。

3　おわりに

本稿では、新型コロナウイルス感染防止対策の一環として急遽、遠隔授業の形で開講した 2020 年度前期のコンピュータ関連演習授業『情報処理』において、履修者諸氏に提示した資料のうちの二本を紹介した。いずれも、実際の教室にて履修者諸氏へ直接話しかけるつもりで、できる限り丁寧に記述したつもりである。そのため、通常の論文や報告などと比較して、文章の調子は総じてかなり緩慢なものとなり、長々しい文章になってしまった感がある。

しかしこのたび、諸事に関する自分自身の見解を文章化することが、同時に記述事項に関する自分自身の解釈の深浅を見つめ直す良い機会であったことは否めない。今回の資料はいずれも実際の授業の開始時刻を念頭に置きながら焦りつつ書き上げた文章がほとんどであるため、表現の不適切さに加えて筆者自身の理解の錯誤が露出していないとも限らない。万一、記述内容に推敲を施すべき箇所があれば、ぜひご指摘を賜りたい所存である。

4　資料

武藤　徹（1980）：
『数学のはなし　微分・積分への道』
新日本出版社，新日本新書 284，pp.186.
武藤　徹（2012）：
『面積の発見』
岩波書店，岩波科学ライブラリー200，pp.124.